

Simulazione Urbanias: Il modello di base dell'economia urbana

Contenuto

Introduzione

1. Logica del modello
2. Crescita della popolazione
3. Sovvenzioni al trasporto urbano
4. Pianificazione del territorio
5. Controllo degli affitti

Riferimenti

Appendice: presentazione formale del modello

Obiettivi di apprendimento

- Comprensione intuitiva e formale del modello di base dell'economia urbana (modello della "città monocentrica").
- Comprensione del concetto di equilibrio spaziale all'interno e tra le città.
- Comprensione del concetto di capitalizzazione delle caratteristiche di una localizzazione.
- Conoscenza degli studi empirici relativi al modello di base.
- Derivare le implicazioni della crescita economica, dei costi della mobilità e delle politiche di pianificazione territoriale nel contesto del modello.
- Riflessione critica sulla capacità di generalizzare e sui limiti del modello di base.

Un modello economico

Il modello della città monocentrica è un modello economico. È formulato in forma *matematica* e volutamente *semplificata*.


Ipotesi principali:

- Il mondo è popolato da famiglie *mobili* e *razionali*: scelgono di vivere dove il loro benessere è massimizzato (non necessariamente dove è più bello).
- I proprietari dei terreni (“landlords”) e i promotori immobiliari (“developers”) *massimizzano i loro profitti*.
- I prezzi degli immobili (compresi gli affitti) sono determinati dal *mercato*.

Domande di ricerca

- Come sono distribuiti i *prezzi degli immobili* nello spazio urbano?
Dove si trovano i quartieri economici e quelli più costosi?
- Come sono distribuite le *tipologie di case* nello spazio urbano?
Dove si trovano i grattacieli? Dove sono gli appartamenti più piccoli?
- Quali sono gli effetti di una crescita della popolazione, delle sovvenzioni al trasporto urbano, delle politiche di pianificazione del territorio o di controllo degli affitti sui prezzi degli immobili, sulla densità della popolazione e sul benessere degli abitanti?

La simulazione Urbanias



iconomix

URBANIAS

Benvenuti nel mondo dell'economia urbana.
Utilizzate questa simulazione per scoprire l'effetto della crescita del reddito e della popolazione sui prezzi delle case e sull'altezza degli edifici residenziali, oppure progettate un piano regolatore della città e osservate gli effetti sulla densità della popolazione.

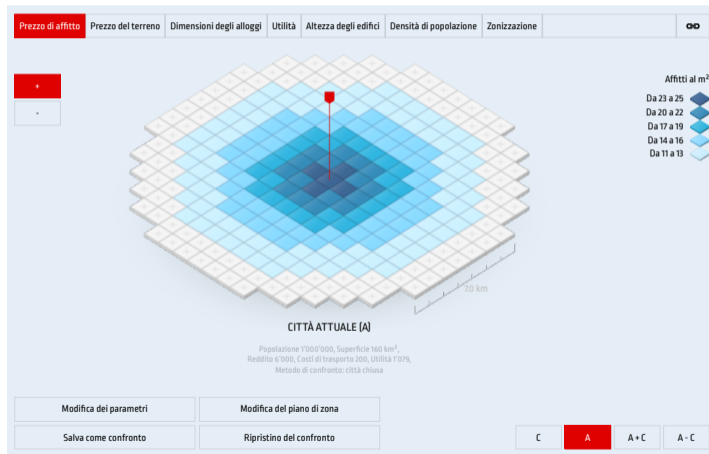
Inizio

iconomix è un'iniziativa educativa della Banca nazionale svizzera.
© 2007-2022 BNS, tutti i diritti riservati.

→ <https://www.iconomix.ch/it/moduli/m09>

1. Logica del modello

Prezzi degli affitti nell'equilibrio spaziale

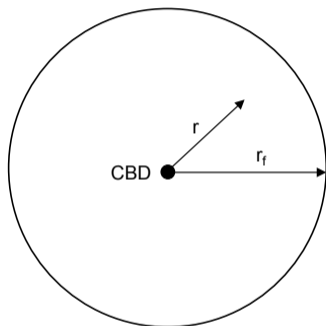


→ link

Una città semplificata

- La città è *monocentrica*. Tutti gli abitanti lavorano nel centro città (il “Central Business District”, CBD).
- La rete di trasporti all’interno della città è ben sviluppata e uniforme. Ciò che conta è la distanza dal centro città r .
- La topografia è uniforme: tutte le parcelle della città sono ugualmente adatte alla costruzione.
- Al di fuori della città, l’economia è esclusivamente agricola.

La geografia del modello



CBD: Centro città (Central Business District)

r : Distanza fra centro città (lavoro) e abitazione di una famiglia

r_f : Distanza fra centro città e confine urbano (raggio della città)

Gli abitanti secondo il modello

- Tutti gli abitanti della città sono identici.
- Lavorano un numero fisso di ore al mese in cambio di un reddito Y .
Esempio: $Y = 6'000$ CHF/mese
- Utilizzano tutto il loro reddito per la loro abitazione la cui area è s , per i beni di consumo z e per i costi di trasporto casa-lavoro (pendolarismo) T .
- Affittano un appartamento situato ad una distanza r dal centro città per un affitto $P(r)$.
- Il benessere degli abitanti dipende solo da s e z . Non hanno una vera e propria preferenza per una particolare zona della città.

Pendolarismo

- Ogni chilometro costa t .
Esempio: 200 CHF/km/mese
- Una famiglia che vive ad una distanza r dal centro città deve pagare

$$T(r) = t \cdot r$$

CHF per i costi di trasporto.

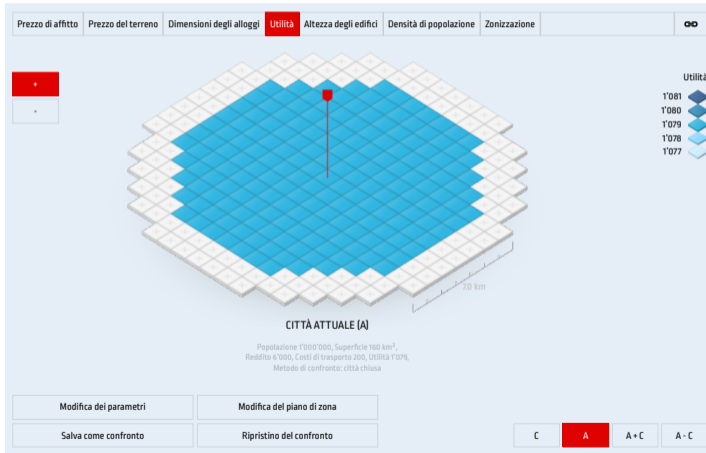
Esempio: $200 \cdot 5 = 1'000$ CHF al mese per una casa a 5 km dal centro.

Concetto chiave 1: equilibrio spaziale

In un equilibrio spaziale i prezzi delle case sono tali che nessuna famiglia vuole vivere altrove in città. Poiché le famiglie sono identiche, anche il loro livello di benessere è identico.

- Tutte le famiglie preferirebbero vivere in centro città dove i costi di pendolarismo sono più bassi.
- Tuttavia, le famiglie sono disposte a spostarsi dal centro città se un affitto più basso compensa i maggiori costi di trasporto.
- L'equilibrio si raggiunge quando ogni zona della città è attraente quanto le altre dal punto di vista delle famiglie.

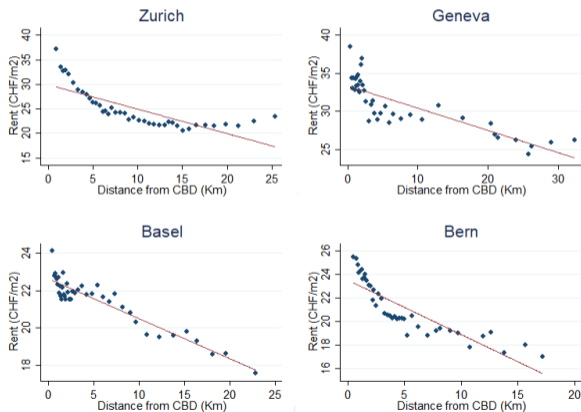
Benessere degli abitanti (“utilità”) nell’equilibrio spaziale



→ link

Illustrazione: gli affitti in Svizzera

Affitti in quattro città svizzere, in CHF al m^2 e al mese



Fonte dei dati: Meta-Sys AG, Grafica: Maximilian von Ehrlich

Concetto chiave 2: capitalizzazione

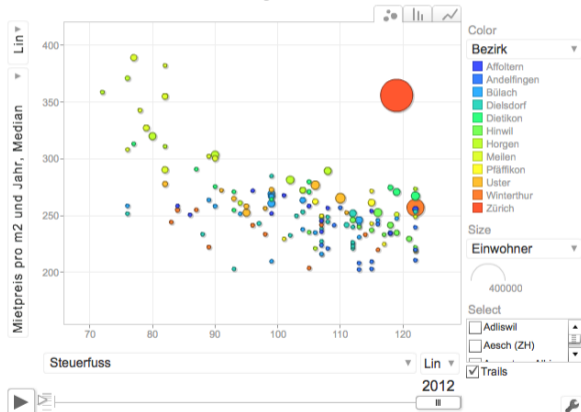
La *mobilità* delle famiglie e i prezzi immobiliari determinati da un *mercato* portano alla *capitalizzazione* delle caratteristiche desiderabili di una particolare localizzazione nei prezzi immobiliari. Ciascuna caratteristica desiderabile porta ad un aumento dei prezzi fino a quando la localizzazione smette di essere più attraente rispetto ad altre.

Esempi:

- Infrastrutture di trasporto: autobus, metropolitana, treno, autostrada, aeroporto, ...
- Bellezza: lago, vista sulle Alpi, centro storico, bellezze architettoniche, ...
- Ambiente: tranquillità, qualità dell'aria, ...
- Cultura e consumo: teatro, opera, musei, sport, negozi, ristoranti, vita notturna, ...
- Servizi pubblici: scuole, asili, parchi, strade, ...
- Tasse

Capitalizzazione delle differenze di aliquota fiscale

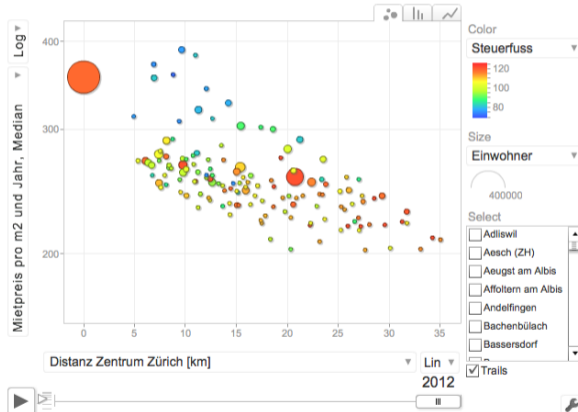
Comuni del Cantone di Zurigo



Fonte dei dati: Meta-Sys AG, AdScan (affitti), ESTV e dati propri → <http://www.fiscalfederalism.ch/data/visual/zh/>

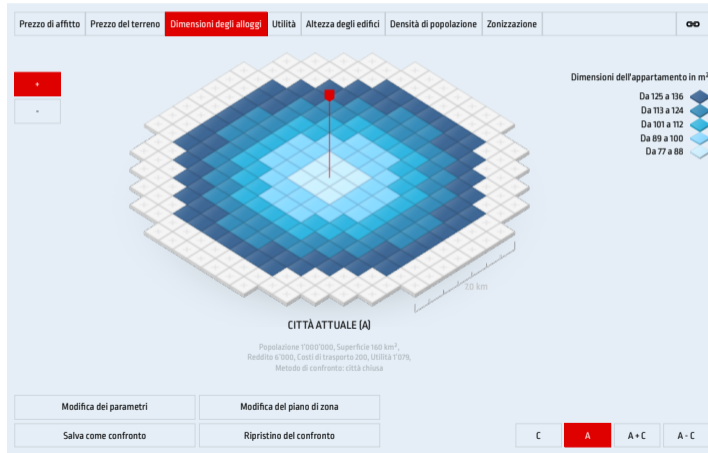
Capitalizzazione della distanza e aliquote fiscali

Comuni del Cantone di Zurigo



Fonte dei dati: Meta-Sys AG, AdScan (affitti), ESTV e dati propri → <http://www.fiscalfederalism.ch/data/visual/zh/>

Dimensione dell'alloggio nell'equilibrio spaziale



→ link

Concetto chiave 3: legge della domanda

Quando il prezzo di un bene aumenta rispetto al prezzo degli altri beni, allora le famiglie chiedono una quantità minore di quel bene.

- In prossimità del centro città, dove gli affitti sono elevati, le famiglie optano per abitazioni più piccole rispetto alla periferia della città, dove gli affitti sono più bassi.
- Quando gli affitti aumentano, le famiglie sostituiscono il bene "alloggio" (s) con altri beni di consumo (z).
- Regolarità approssimativa: le famiglie spendono una quota fissa del loro reddito disponibile per l'alloggio.

Esempio: $1/3$.

Bilancio di una famiglia in centro città

Distanza $r = 0$, affitto: $P(0) = 25.5 \text{ CHF/m}^2$

Alloggio	$25.5 \text{ CHF/m}^2 \cdot 79 \text{ m}^2$	2'015 CHF
Trasporto	$200 \text{ CHF/km} \cdot 0 \text{ km}$	0 CHF
Beni di consumo		3'985 CHF
Reddito lordo		6'000 CHF
Reddito disponibile		6'000 CHF
Quote dell'alloggio	$2'015/6'000$	33%
Utilità*		1'079 utils

* Funzione di utilità Cobb-Douglas $U(s, z) = s^\alpha z^{1-\alpha}$ con $\alpha = 1/3$.

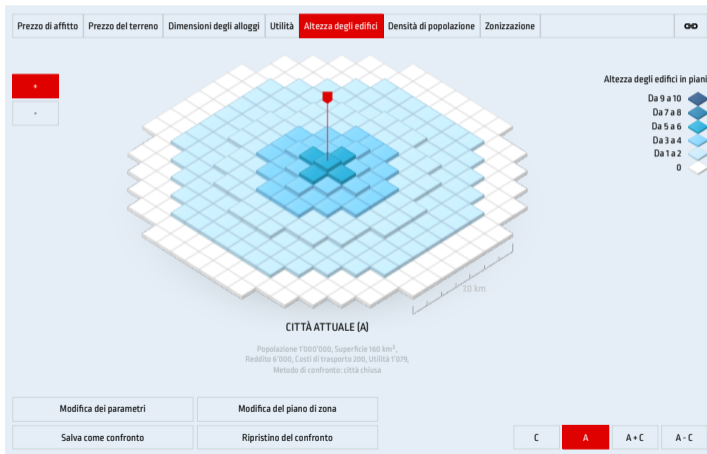
Bilancio di una famiglia in periferia

Distanza $r = 7.07\text{km}$, affitto: $P(7.07) = 11.4 \text{ CHF/m}^2$

Alloggio	$11.4 \text{ CHF/m}^2 \cdot 134 \text{ m}^2$	1'528 CHF
Trasporto	$200 \text{ CHF/km} \cdot 7.07 \text{ km}$	1'414 CHF
Beni di consumo		3'058 CHF
Reddito lordo		6'000 CHF
Reddito disponibile		4'586 CHF
Quota dell'alloggio	$1'528/4'586$	33%
Utilità*		1'079 utils

* Funzione di utilità Cobb-Douglas $U(s, z) = s^\alpha z^{1-\alpha}$ con $\alpha = 1/3$.

Altezza degli edifici nell'equilibrio spaziale



→ link

Promotori immobiliari (“developers”)

- Società che costruiscono abitazioni con capitale e terreni.
- Prendono in prestito il capitale da una banca al tasso di interesse i .
- Affittano i terreni dai proprietari del terreno (“landlords”) al prezzo R .
- Affittano alloggi a famiglie per un affitto P .
- Cercano di massimizzare i loro profitti.
- Possono operare senza costi d’entrata (“entry costs”) sul mercato. Sono quindi numerosi e in concorrenza tra loro.

Concetto chiave 4: rendimenti decrescenti

Al di sopra di un certo volume di produzione, il costo unitario di produzione di un bene tende ad aumentare.

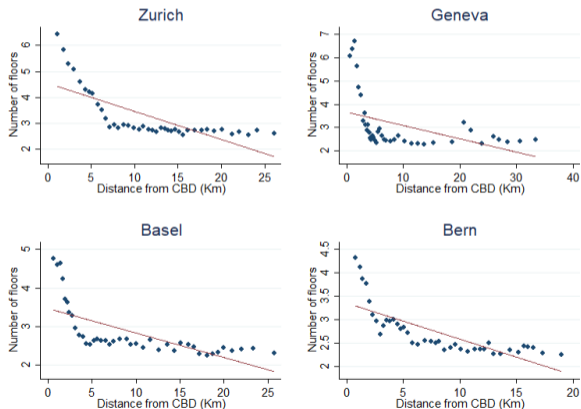
- A parità di superficie, i costi di costruzione per m^2 di superficie abitabile aumentano con l'altezza dell'edificio. Ogni piano aggiuntivo è più costoso di quello precedente.
- Motivo: perdita di spazio dovuta all'accessibilità (scale, ascensori, tubature) e costi aggiuntivi per rinforzi statici.
- L'ipotesi formulata nella teoria economica che i rendimenti di scala siano decrescenti (= costi marginali crescenti) è spesso empiricamente *errata*. Nel contesto del presente modello, tuttavia, è ben giustificata.

Altezza ottimale dell'edificio

- L'altezza ottimale dell'edificio dipende solo dagli affitti pagati dalle famiglie. Il prezzo del terreno non è rilevante.
 - I promotori immobiliari costruiscono edifici di dimensioni tali che il costo marginale (l'interesse pagato per il capitale preso in prestito) dell'ultimo piano è uguale all'affitto ottenuto per il piano superiore. Realizzano un profitto (affitti $>$ interessi pagati) su tutti i piani inferiori.
- Nelle vicinanze del centro città, dove gli affitti sono elevati, gli edifici sono alti. Lontano dal centro città, dove gli affitti sono più bassi, gli edifici sono più bassi.

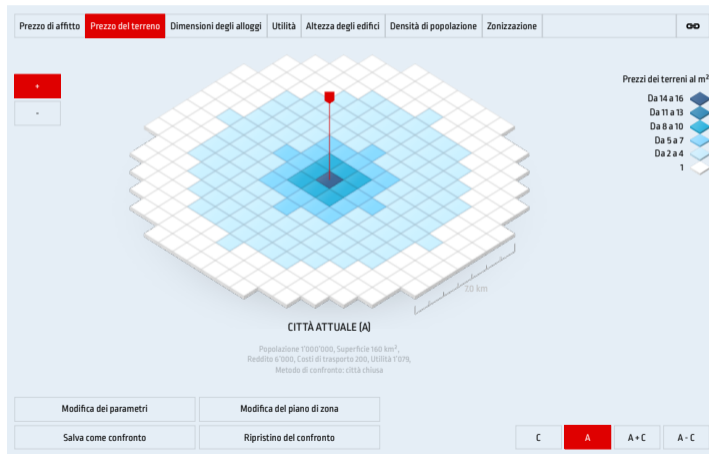
Illustrazione: altezze degli edifici

Numero di piani in quattro città svizzere



Fonte dei dati: Registro federale degli edifici e delle abitazioni, Grafica: Maximilian von Ehrlich

Prezzi dei terreni nell'equilibrio spaziale

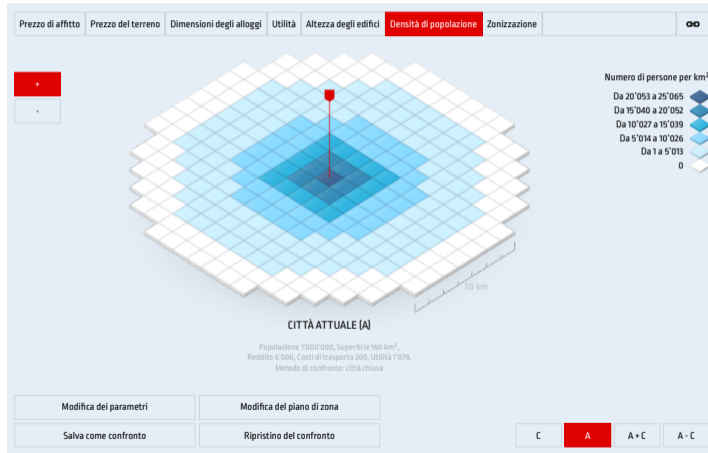


→ link

Profitti e prezzi dei terreni

- Il costo marginale dell'ultimo piano è pari al ricavo del promotore sotto forma di affitti. Il promotore realizza un profitto su tutti i piani inferiori.
- L'utile lordo dei promotori (prima del prezzo del terreno) aumenta con gli affitti. Questo profitto è quindi maggiore vicino al centro città che in periferia.
- I proprietari affittano i loro terreni al promotore che offre loro il prezzo (affitto) più alto.
- ⇒ Il prezzo (affitto) del terreno è pari all'intero profitto del promotore immobiliare.
- Fuori città, i contadini affittano la terra per un prezzo che è lo stesso ovunque. Ipotesi per la simulazione: 1 CHF/m².

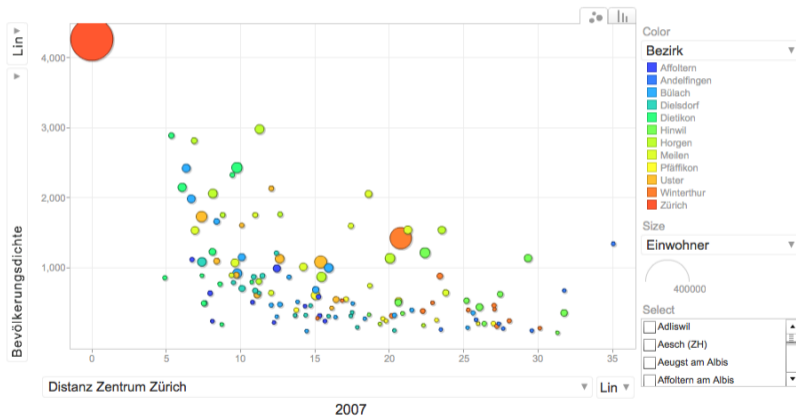
Densità di popolazione nell'equilibrio spaziale



→ link

Illustrazione: densità e distanza dal centro città

Densità di popolazione (abitanti per km²) nei comuni del Cantone di Zurigo



Fonte dei dati: Ufficio federale di statistica

Equilibrio spaziale: città chiusa

- Nel modello di città chiusa ("closed city") si assume che la popolazione (N) sia fissa.
- In questa variante del modello, il livello dei prezzi è determinato dalla concorrenza tra promotori immobiliari ed agricoltori alla periferia della città (r_f). Lì, il prezzo che i promotori immobiliari sono disposti a pagare per i terreni deve essere uguale a quello pagato dagli agricoltori.
- Nell'equilibrio spaziale, la dimensione della città è determinata dalla necessità di ospitare l'intera popolazione. Poiché lo spazio abitativo richiesto dalle famiglie varia con il prezzo e i promotori ottimizzano l'offerta di immobili in base a questa domanda, lo spazio abitativo della città dipende non solo dalla sua superficie, ma anche dal livello degli affitti pagati dalle famiglie. La dimensione della città - cioè, il raggio dell'area urbana (r_f) - deve essere calcolato con simulazioni numeriche.

Equilibrio spaziale: città aperta

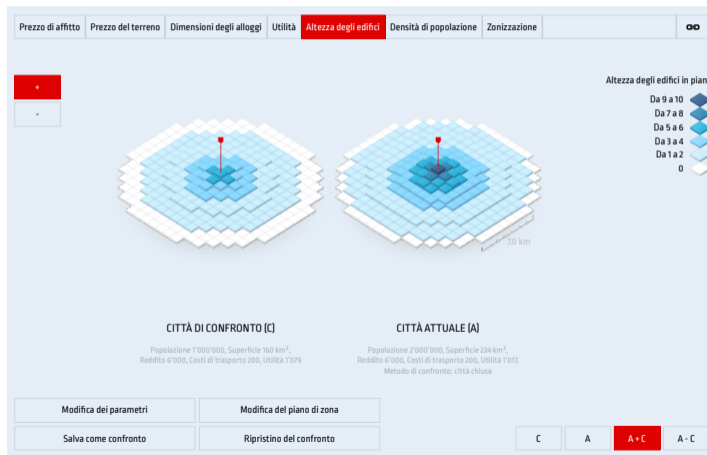
- Nel modello di città aperta ("open city"), la città è in competizione con molte altre città poiché le famiglie possono scegliere di stabilirsi nella città che preferiscono (senza costi di trasloco). Si assume che il livello di benessere raggiungibile in una particolare città sia dato da queste altre città.
- Se l'utilità della nostra città è troppo bassa (perché i prezzi sono troppo alti) nessuno vuole viverci. Se l'utilità della nostra città è troppo alta (perché i prezzi sono troppo bassi), sempre più persone si trasferiranno in città e i prezzi aumenteranno fino a quando il livello di benessere sarà lo stesso in tutte le città.
- Il meccanismo di mobilità delle famiglie tra le città stabilisce il prezzo degli affitti nel centro città. Il raggio e il numero di abitanti della città sono determinati nell'equilibrio spaziale dalla concorrenza tra i promotori immobiliari e gli agricoltori in periferia (r_f).

Città chiusa o aperta?

- I traslochi all'interno di una città sono relativamente economici, in quanto di solito non richiedono un cambio di lavoro e di vita sociale. L'equilibrio spaziale *nel breve periodo* sarà quindi come nella *città chiusa*.
- Trasferirsi da una città all'altra, o addirittura da un paese all'altro, è di solito molto più costoso. L'equilibrio spaziale assomiglierà quindi a quello del modello della *città aperta solo nel lungo periodo*.
- Gli affitti possono adattarsi *rapidamente* alle variazioni della domanda. Anche un numero limitato di famiglie in mobilità può determinare l'adeguamento del livello di affitto all'equilibrio spaziale. L'adattamento dell'*offerta abitativa* (dimensioni, superficie, numero di edifici) e del *consumo di spazio abitativo* da parte delle famiglie è più lento.

2. Crescita della popolazione

Crescita della popolazione (città chiusa)



→ link

Crescita della popolazione (città chiusa)

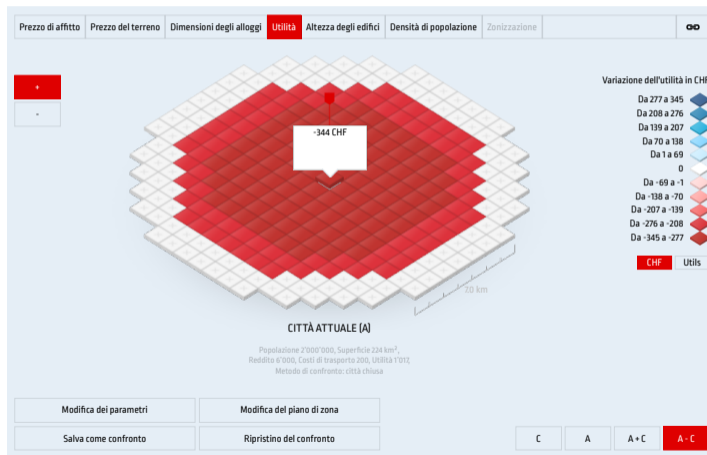
	Vicino al centro città	Lontano dal centro città
Affitti:	↑	↑
Prezzi dei terreni:	↑	↑
Dimensione degli appartamenti:	↓	↓
Altezza degli edifici:	↑	↑
Densità di popolazione:	↑	↑
Utilità (benessere):	↓	↓
Popolazione:		↑
Dimensione della città:		↑

↑ = aumento, ↓ = diminuzione

Effetto sul benessere degli abitanti

- Nella teoria economica, il concetto di "utilità" (= benessere, soddisfazione) viene utilizzato solo per descrivere una classifica ordinale di diversi panieri di beni.
 - Le unità di misura ("utils") non possono essere interpretate in senso quantitativo.
 - Le variazioni di utilità dovute a variazioni di prezzo, tuttavia, possono essere espresse in unità monetarie.
- Concetto di "variazione equivalente".
- A quanti franchi dovrebbe rinunciare o quanti ne dovrebbe ricevere una famiglia per raggiungere lo stesso livello di benessere che ha dopo il cambiamento di prezzo?

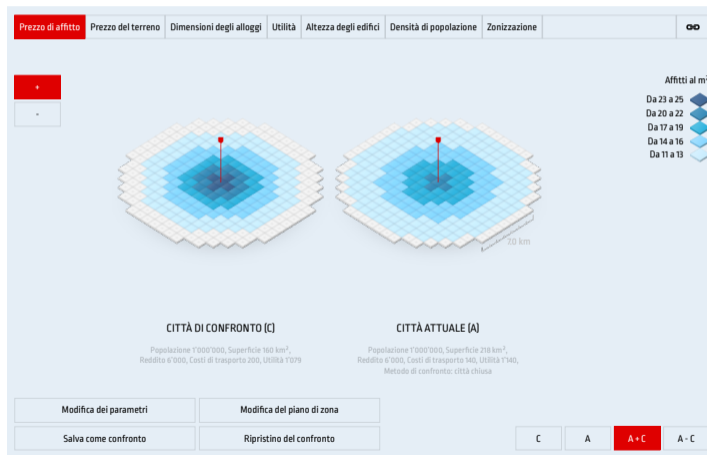
Crescita della popolazione (città chiusa)



→ link

3. Sovvenzioni al trasporto urbano

Riduzione dei costi di trasporto (città chiusa)



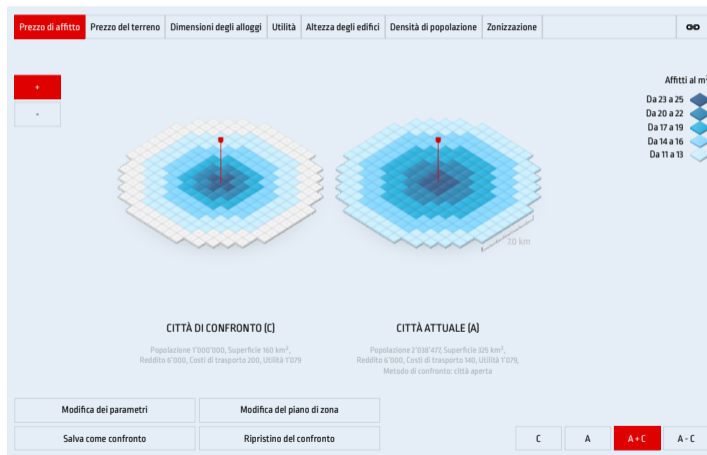
→ link

Riduzione dei costi di trasporto (città chiusa)

	Vicino al centro città	Lontano dal centro città
Affitti:	↓	↑
Prezzi dei terreni:	↓	↑
Dimensione degli appartamenti:	↑	~
Altezza degli edifici:	↓	↑
Densità di popolazione:	↓	↑
Utilità (benessere):	↑	↑
Popolazione:		–
Dimensione della città:		↑

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, ~ simile, – nessuna variazione

Riduzione dei costi di trasporto (città aperta)



→ link

Riduzione dei costi di trasporto (città aperta)

	Vicino al centro città	Lontano dal centro città
Affitti:	–	↑
Prezzi dei terreni:	–	↑
Dimensione degli appartamenti:	–	↓
Altezza degli edifici:	–	↑
Densità di popolazione:	–	↑
Utilità (benessere):	–	–
Popolazione:		↑
Dimensione della città:		↑

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione

Sovvenzioni al trasporto urbano

Una riduzione del costo del trasporto intraurbano (privato o pubblico) implica un aumento dell'attrattiva relativa delle zone periferiche.

Città chiusa:

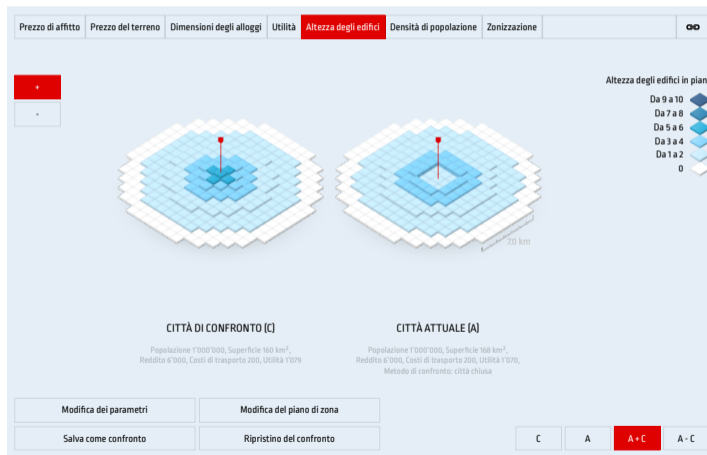
- Gli affitti aumentano in periferia, diminuiscono al centro.
- Più persone vivono in periferia ("sprawl").

Città aperta:

- Arrivo di abitanti da altre città.
- Affitti in aumento in periferia.
- Crescita della popolazione e aumento delle dimensioni della città.

4. Politiche di pianificazione territoriale (zonizzazione)

Limitazione dell'altezza degli edifici (città chiusa)



→ link

Limitazione dell'altezza degli edifici (città chiusa)

	Vicino al centro città	Lontano dal centro città
Affitti:	↑	↑
Prezzi dei terreni:	↓	↑
Dimensione degli appartamenti:	↓	↓
Altezza degli edifici:	↓	↑
Densità di popolazione:	↓	↑
Utilità (benessere):	↓	↓
Popolazione:		–
Dimensione della città:		↑

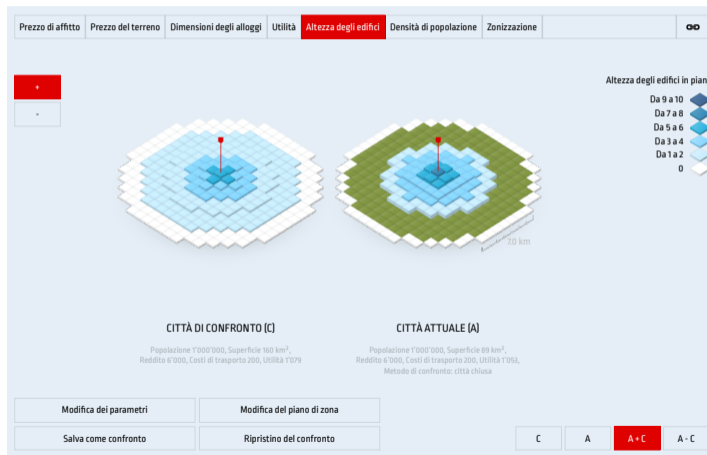
↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione

Limitazione dell'altezza degli edifici (città aperta)

	Vicino al centro città	Lontano dal centro città
Affitti:	–	–
Prezzi dei terreni:	↓	–
Dimensione degli appartamenti:	–	–
Altezza degli edifici:	↓	–
Densità di popolazione:	↓	–
Utilità (benessere):	–	–
Popolazione:		↓
Dimensione della città:		–

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione

“Cintura verde” intorno alla città chiusa



→ link

“Cintura verde” intorno alla città chiusa

	Centro città	Vecchia periferia	Nuova periferia
Affitti:	↑	.	↑
Prezzi dei terreni:	↑	↓	↑
Dimensione degli appartamenti:	↓	.	↓
Altezza degli edifici:	↑	.	↑
Densità di popolazione:	↑	↓	↑
Utilità (benessere):	↓	.	↓
Popolazione:		–	
Dimensione della città:		↓	

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione, . non specificato

“Cintura verde” intorno alla città aperta

	Centro città	Vecchia periferia	Nuova periferia
Affitti:	☐ -	☐ .	☐ -
Prezzi dei terreni:	☐ -	☐ ↓	☐ -
Dimensione degli appartamenti:	☐ -	☐ .	☐ -
Altezza degli edifici:	☐ -	☐ .	☐ -
Densità di popolazione:	☐ -	☐ ↓	☐ -
Utilità (benessere):	☐ -	☐ .	☐ -
Popolazione:		☐ ↓	
Dimensione della città:		☐ ↓	

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, - nessuna variazione, . non specificato

Effetti delle politiche di pianificazione territoriale

Le restrizioni alle altezze degli edifici, all'utilizzo del suolo, le distanze minime tra edifici, la delimitazione di zone edificabili ecc. limitano l'offerta di spazi abitativi in luoghi attraenti.

Città chiusa:

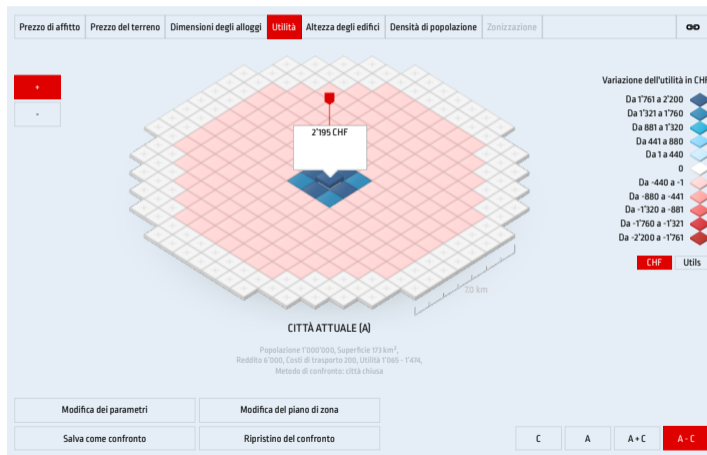
- Un numero maggiore di famiglie costrette a vivere in luoghi meno attraenti.
- Affitti più alti in tutta la città.
- Rischio di espansione urbana nonostante le restrizioni.

Città aperta:

- Migrazione verso altre città.

5. Controllo degli affitti

Imposizione di un tetto massimo per l'affitto



→ link

Tetto massimo per l'affitto in una città chiusa

	Zona regolamentata	Zona non regolamentata
Affitti:	↓	↑
Prezzi dei terreni:	↓	↑
Dimensione degli appartamenti:	↑	↓
Altezza degli edifici:	↓	↑
Densità di popolazione:	↓	↑
Utilità (benessere):	↑	↓
Popolazione:		–
Dimensione della città:		↑

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione

Tetto massimo per l'affitto in una città aperta

	Zona regolamentata	Zona non regolamentata
Affitti:	↓	–
Prezzi dei terreni:	↓	–
Dimensione degli appartamenti:	↑	–
Altezza degli edifici:	↓	–
Densità di popolazione:	↓	–
Utilità (benessere):	↑	–
Popolazione:		↓
Dimensione della città:		–

↑ = aumento, ↓ = diminuzione, – nessuna variazione

Effetti del controllo degli affitti

Città chiusa:

- Gli affitti scendono nelle zone regolamentate e l'utilità aumenta.
- Gli affitti aumentano in tutte le altre zone e l'utilità diminuisce.
- Richiede meccanismi di assegnazione alternativi (lotteria, liste d'attesa, criteri sociali, ecc.).
- Rafforza il problema iniziale: aumenta il consumo di alloggi, riduce l'attività di investimento.

Città aperta:

- Le famiglie si trasferiscono in altre città.
- Calo del numero di abitanti.

Alloggi cooperativi

- Nel caso delle cooperative (sociali), gli affitti sono inferiori ai prezzi di mercato (come nel caso del controllo degli affitti).
- Le cooperative possono limitare il (sovra)consumo di alloggi e il sottoinvestimento limitando la quantità di spazio abitativo.
- Assegnazione: conoscenza personale, lotteria, criteri sociali.
- Svantaggia i residenti meno ben integrati (nuovi arrivati, giovani) o famiglie di classe media/alta (in caso di criteri sociali).
- Permette ai residenti di lunga data (non proprietari) di partecipare ai guadagni dalla crescita urbana.

Sintesi

- L'interazione tra la domanda e l'offerta di abitazioni con nuclei familiari in mobilità porta ad un'utilità equa in tutta la città. Questa è la definizione di *equilibrio spaziale*.
- Le caratteristiche vantaggiose di alcune zone (ad esempio la vicinanza al centro città) sono compensate dall'aumento degli affitti. Questo meccanismo di *capitalizzazione* è visibile nei dati empirici.
- Il modello di base dell'economia urbana, nonostante le sue ipotesi semplificative, riesce a spiegare bene la distribuzione spaziale degli affitti, dei prezzi dei terreni, delle dimensioni delle abitazioni e della densità di popolazione.
- Il modello mostra come gli interventi statali influenzino non solo le famiglie o i quartieri direttamente interessati, ma anche altre famiglie e quartieri.
- Gli interventi statali possono essere giustificati. Ma tali interventi hanno spesso *effetti collaterali indesiderati*. Esiste un compromesso tra questi costi indiretti e i benefici diretti delle politiche pubbliche.

Riferimenti

- *Arthur O'Sullivan (2011), Urban Economics, 8th edition, McGraw-Hill.* Introduzione non matematica di facile lettura.
- *John F. McDonald and Daniel P. McMillen (2007), Urban Economics and Real Estate, Blackwell Publishing.* Introduzione più formale.
- *Edward L. Glaeser (2012), Triumph of the City, Macmillan.* Volume di divulgazione scientifica, di facile lettura.
- *Enrico Moretti (2013), The New Geography of Jobs, Mariner Books.* Economia e politica regionale.
- *Brueckner Jan K. (1987), The Structure of Urban Equilibria: A Unified Treatment of the Muth-Mills Model. In: Handbook of Regional and Urban Economics, Volume 2, North-Holland, capitolo 20.* Il modello matematico di base di Urbanias.
- *Masahisa Fujita (1989), Urban Economic Theory: Land Use and City Size, Cambridge University Press.* Il modello matematico con molte estensioni e prove.

Appendice: presentazione formale del modello

Famiglie

- L'utilità dipende dal consumo di spazio abitativo s e dal consumo di altri beni e servizi z .
- Funzione di utilità Cobb-Douglas:

$$U(s, z) = s^\alpha z^{1-\alpha}$$

- Le famiglie massimizzano la loro utilità sotto il vincolo che il loro bilancio rimanga in equilibrio:

$$\max_{s, z} U(s, z)$$

$$\text{NB: } s \cdot P(r) + z \leq Y - T(r)$$

- Consumo ottimale di spazio abitativo e di altri beni e servizi:

$$s^* = \frac{\alpha[Y - T(r)]}{P(r)}$$

$$z^* = (1 - \alpha)[Y - T(r)]$$

- Quota della spesa per l'alloggio sul reddito disponibile:

$$\frac{s^* \cdot P(r)}{Y - T(r)} = \alpha$$

- Ipotesi per la simulazione:

$$\alpha = 1/3$$

Promotori immobiliari

- I promotori immobiliari producono spazi abitativi s attraverso l'uso di terreno l e capitale k . Più capitale per unità di terreno implica degli edifici più alti.
- Funzione di produzione Cobb-Douglas:

$$F(k, l) = \left(\frac{k}{\delta}\right)^{\gamma} (l \cdot \sigma)^{1-\gamma}$$

δ : prezzo di costruzione di $1 m^2$ di spazio abitativo al 1° piano,

γ : variazione del prezzo di costruzione con l'altezza dell'edificio,

σ : quota edificabile della parcella (coefficiente di uso del suolo).

- Ipotesi per la simulazione: $\delta = 2000, \gamma = 0.7, \sigma = 1/3$

- I promotori affittano il terreno al prezzo mensile $R(r)$ e prendono in prestito il capitale al tasso di interesse mensile i .
- Un costruttore con una parcella di terreno l massimizza il suo profitto con la massimizzazione dell'importo del capitale k investito:

$$\max_k \pi = P(r) \cdot F(k, l) - R(r) \cdot l - i \cdot k$$

- L'investimento ottimale di capitale

$$k^* = \left(\frac{P(r) \cdot \gamma}{i \cdot \delta \gamma} \right)^{\frac{1}{1-\gamma}} \cdot l \cdot \sigma$$

è proporzionale alla superficie del terreno l .

- Ipotesi per la simulazione: $i = X\%$

- Superficie abitabile per parcella

$$F(k^*, l) = \left(\frac{k^*}{\delta}\right)^\gamma (l \cdot \sigma)^{1-\gamma}$$

- L'altezza ottimale dell'edificio è pari alla superficie abitabile divisa per la superficie edificata al suolo:

$$h^* = \frac{F(k^*, l)}{l \cdot \sigma} = \left(\frac{k^*}{l \cdot \sigma \cdot \delta}\right)^\gamma = \left(\frac{P(r) \cdot \gamma}{i \cdot \delta}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$$